



**WEST BENGAL STATE UNIVERSITY**

B.Sc. General Part-II Examination, 2022

**MATHEMATICS**

**PAPER: MTMG-III**

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

*The figures in the margin indicate full marks.  
Candidates should answer in their own words  
and adhere to the word limit as practicable.*

*প্রাঙ্গিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।  
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে  
উত্তর করিবে।*

*All symbols are of usual significance.*

**Answer GROUP-A and B compulsorily and any one GROUP from  
GROUP-C, D and E**

**GROUP-A**

বিভাগ-ক

(NUMERICAL ANALYSIS)

[Marks-20]

**Answer Question No. 1 and any two questions from the rest**

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. Answer any *two* questions from the following: 2×2 = 4

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Show that  $\Delta \cdot \nabla \equiv \Delta - \nabla$

দেখাও যে  $\Delta \cdot \nabla \equiv \Delta - \nabla$

(b) Evaluate / (মান নির্ণয় করো)  $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$  .

(c) If  $\Delta r = \Delta h = 0.01$  find the relative error up to 2 significant figures in  $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$   
when  $r = 2$  and  $h = 3$ .

2 সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত  $v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ -এর আপেক্ষিক ত্রুটি নির্ণয় করো যেখানে  $\Delta r = \Delta h = 0.01$  এবং  
 $r = 2$ ,  $h = 3$ .

(d) Write one advantage and one disadvantage of Lagrange's interpolation.

ল্যাগরঞ্জের অন্তঃমান-এর একটি সুবিধা ও একটি অসুবিধা লেখো।

2. (a) Derive a polynomial  $f(x)$  relevant to the following data: 4

নিম্নলিখিত তালিকা থেকে একটি বহুপদ রাশি  $f(x)$  নির্ণয় করো:

$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	5	34	111	260	505

- (b) Evaluate  $\int_0^2 x^3 dx$  using Trapezoidal rule taking  $n = 5$ . Hence compute the absolute error. 3+1

ট্রাপেজয়ডালের সূত্রানুযায়ী  $\int_0^2 x^3 dx$ -এর মান নির্ণয় করো যখন  $n = 5$ । অতঃপর পরম ত্রুটি নির্ণয় করো।

3. (a) The table gives the distance in nautical miles of the visible horizon for the given heights in feet above the earth's surface. Find the value of  $d$  when  $x = 410$  feet. 6

নিম্নলিখিত তালিকা থেকে  $x = 410$  ফুট হলে  $d$ -এর মান নির্ণয় করো।

Height ( $x$ )	100	150	200	250	300	350	400
Distance ( $d$ )	10.66	13.06	15.07	16.84	18.45	19.93	21.30

- (b) Evaluate  $(\Delta - \nabla)x^2$  taking  $h = 1$ . 2

$h = 1$  হলে  $(\Delta - \nabla)x^2$ -এর মান নির্ণয় করো।

4. (a) Using Newton-Raphson method find a real root of  $x^3 + 2x - 6 = 0$  correct to 4 decimal places. 6

চার দশমিক স্থান পর্যন্ত  $x^3 + 2x - 6 = 0$  সমীকরণটির একটি বাস্তব বীজ নিউটন-র্যাফসন পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।

- (b) Give the geometrical interpretation of Newton-Raphson method. 2

নিউটন-র্যাফসন পদ্ধতির জ্যামিতিক তাৎপর্য দাও।

5. (a) State Lagrange's interpolation formula for  $n+1$  non-equispaced arguments. 2

$n+1$ -টি অসম দূরত্বের বিন্দুর ক্ষেত্রে Lagrange-এর নিবেশ সূত্রটি বিবৃত করো।

- (b) Find the positive real root of the equation  $e^x - 4\sin x = 0$  correct to 3 decimal places by bisection method. 6

তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত  $e^x - 4\sin x = 0$ -এর একটি ধনাত্মক বাস্তব বীজ নির্ণয় করো bisection পদ্ধতি ব্যবহার করে।

## GROUP-B

বিভাগ-খ

## (LINEAR PROGRAMMING PROBLEM – L.P.P)

[Marks-40]

Answer Question No. 6 and any *two* questions from the rest

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

6. Answer any *four* questions from the following: 2×4 = 8নিম্নলিখিত যে-কোনো *চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) Define basic solution and basic feasible solution of a system of
- $m$
- linear equations with
- $n$
- unknowns (
- $n > m$
- )
- $A\bar{x} = \bar{b}$
- .

Basic solution ও basic feasible solution-এর সংজ্ঞা দাও।

- (b) Show that the vectors
- $(2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 0, 2)$
- form a basis in
- $E^3$
- .

দেখাও যে  $(2, 2, 2), (0, 2, 2), (0, 0, 2)$   $E^3$  দেশে একটি ভিত্তি তৈরী করে।

- (c) If
- $x_1, x_2$
- be real, show that the set
- $X = \{(x_1, x_2) | 3x_1 - x_2 \leq 4\}$
- is a convex set in
- $E^2$
- .

দেখাও যে  $X = \{(x_1, x_2) | 3x_1 - x_2 \leq 4\}$   $E^2$ -দেশে একটি উত্তল সেট।

- (d) Reduce the following L.P.P. in standard form and identify the used variables.

নিম্নলিখিত L.P.P. কে প্রমাণ আকারে সাজাও।

Maximize  $Z = 2x_1 - 3x_2, x_1, x_2 \geq 0$

Subject to,  $-x_1 + x_2 \geq -2,$

$5x_1 + 4x_2 \leq 46,$

$7x_1 + 2x_2 \geq 32.$

- (e) Find the initial basic feasible solution of the following transportation problem by matrix-minima method.

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটির প্রাথমিক সম্ভবপর সমাধান নির্ণয় করো।

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	
O <sub>1</sub>	5	3	6	4	30
O <sub>2</sub>	3	4	7	8	15
O <sub>3</sub>	9	6	5	8	15
	10	25	18	7	

- (f) Give one example each of:

(i) convex hull in  $E^3$ (ii) convex polyhedron in  $E^2$ 

উত্তল hull ও উত্তল বহুতলকের একটি করে উদাহরণ দাও।

- (g) Draw the feasible region of the following L.P.P.

নিম্নলিখিত L.P.P. এর সমাধান অঞ্চল নির্দেশ করো।

Maximize  $Z = 2x_1 - x_2$

Subject to,  $x_1 - x_2 \leq 1$

$x_1 \leq 3, x_1, x_2 \geq 0.$

7. (a) A hospital has the following requirements for nurses. 8

Period	Time	Minimum number of nurses required
1	6 A.M. – 10 A.M.	60
2	10 A.M. – 2 P.M.	70
3	2 P.M. – 6 P.M.	60
4	6 P.M. – 10 P.M.	50
5	10 P.M. – 2 A.M.	40
6	2 A.M. – 6 A.M.	35

Nurses report to the hospital wards at the beginning of each period and work for 8 consecutive hours. The hospital wants to determine the minimum number of nurses so that there may be sufficient number of nurses available for each period. Formulate this as an L.P.P.

একটি হাসপাতালে উপরোক্ত তালিকা অনুযায়ী নার্সের প্রয়োজন। প্রতি পর্যায়ে নার্স কাজে যোগদান করে ৮ ঘণ্টা টানা কাজ করে। সমস্যাটিকে L.P.P. আকারে প্রকাশ করো।

- (b) Define a Hyperplane in  $E^n$  and a convex set. Prove that a hyperplane is a convex set. 2+6

অধিতল এবং উত্তল সেটের সংজ্ঞা দাও। দেখাও যে একটি অধিতল হলো উত্তল সেট।

8. (a) Solve by Simplex method. 8

Simplex পদ্ধতিতে সমাধান করো।

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z &= x_1 - 3x_2 + 2x_3 \\ \text{Subject to, } & 3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ & -2x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & -4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

- (b) Write down the dual problem of the following L.P.P. 8

নিম্নলিখিত L.P.P. এর দ্বৈত সমস্যাটি লেখো।

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z &= x_3 + x_4 + x_5 \\ \text{Subject to, } & x_1 - x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ & x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

9. (a) Use Charnes Big-M method to solve the L.P.P. (Charnes Big-M পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো) 8

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{Subject to, } & x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (b) Find the optimal assignments of the assignment problem whose cost matrix is 8  
নিম্নের cost matrix এর অনুকূল বণ্টন নির্ণয় করো।

	I	II	III	IV	V
A	45	40	65	25	55
B	50	30	25	60	30
C	25	20	10	20	40
D	35	25	30	25	20
E	80	60	50	70	50

- 10.(a) Solve the following Transportation problem and find the minimum cost. 8  
নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটির সমাধান করো এবং নূন্যতম খরচ নির্ণয় করো।

	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>	a <sub>i</sub>
O <sub>1</sub>	4	1	3	4	4	60
O <sub>2</sub>	2	3	2	2	3	35
O <sub>3</sub>	3	5	2	4	4	40
b <sub>j</sub>	22	45	20	18	30	

- (b) Solve graphically the following L.P.P. and mention the feasible region of solution. 8  
নিম্নোক্ত L.P.P. টি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো এবং সমাধান অঞ্চল চিহ্নিত করো।

$$\text{Minimize } Z = 20x_1 + 10x_2$$

$$\text{Subject to, } x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + x_2 \geq 30$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 60$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

### GROUP-C

বিভাগ-গ

(ANALYTICAL DYNAMICS)

[Marks-40]

Answer Question No. 11 and any *two* questions from the rest

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

11. Answer any *four* questions from the following: 2×4=8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

- (a) The speed  $v$  of a particle moving along the axis of  $x$  is given by  $v^2 = n^2(8bx - x^2 - 12b^2)$ . Show that the motion is S.H.M. with centre at  $x = 4b$ .

$x$  অক্ষের গতিশীল একটি কণার গতিবেগ  $v^2 = n^2(8bx - x^2 - 12b^2)$  হলে, দেখাও যে কণাটি সরল দোলন গতিসম্পন্ন যার কেন্দ্র  $x = 4b$  তে অবস্থিত।

- (b) A particle describes an equiangular spiral whose pedal equation is  $p = r \sin \alpha$  under a force  $F$  to the pole. Find the law of force.

একটি কণা  $p = r \sin \alpha$  বক্ররেখা বরাবর গতিশীল  $F$  বলের দরুন। বলের গতিসূত্র নির্ণয় করো।

- (c) A particle describes a circle of radius  $a$  with uniform speed  $v$ . Show that the normal acceleration is  $\frac{v^2}{a}$ .

$a$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে  $v$  বেগে একটি কণা গতিশীল। দেখাও যে উহার অভিলম্ব বরাবর ত্বরণ  $\frac{v^2}{a}$  .

- (d) For uniformly accelerated motion of a particle of unit mass, its velocities at two instants are  $u_1$  ft/sec and  $u_2$  ft/sec. Find the work done by the force during the interval of time.

সমত্বরণে গতিশীল একটি একক ভরের কণার দুইটি মুহূর্তে বেগ  $u_1$  ft/sec ও  $u_2$  ft/sec. ঐ সময়ের অন্তরে বলের দরুন কৃতকার্য নির্ণয় করো।

- (e) A particle describes a curve  $r = ae^\theta$  with constant angular velocity. Show that its transverse acceleration varies as the distance from the pole.

একটি কণা  $r = ae^\theta$  বক্ররেখা বরাবর ধ্রুবক কৌণিক বেগে গতিশীল। দেখাও যে উহার তির্যক বরাবর ত্বরণ মেরু হইতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

- (f) State Kepler's laws of planetary motion.

কেপলারের গ্রহ-সম্বন্ধীয় গতিসূত্রগুলি বিবৃত করো।

- (g) In a central orbit prove that  $pv = h$  where  $p$ ,  $v$ ,  $h$  are in usual meaning.

কেন্দ্রীয় পথের ক্ষেত্রে  $pv = h$  প্রমাণ করো।

- 12.(a) A particle moves from rest at a distance  $a$  from a fixed point  $O$  under the repulsive force  $\mu \div (\text{distance})^2$  per unit mass. Show that the time  $t$  taken by the particle to reach the distance  $x$  is proportional to

8

$$\sqrt{x(x-a)} + a \log \left( \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{x}{a}-1} \right)$$

একটি কণা একটি-সরলরেখার উপরিস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু  $O$  থেকে  $a$  দূরত্ব হইতে স্থির অবস্থায় যাত্রা শুরু করে  $\mu \div (\text{দূরত্বের বর্গ})$  বিকর্ষণ বলের অধীনে গতিশীল। দেখাও যে-কোনো  $x$  দূরত্ব অতিক্রম করতে সময়  $t$ ,

$$\sqrt{x(x-a)} + a \log \left( \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{x}{a}-1} \right) \text{-এর সহিত সমানুপাতিক।}$$

- (b) Find the radial and cross-radial component of velocity and acceleration of a particle moving along a plane curve.

8

সমতলে বক্ররেখায় গতিশীল একটি কণার গতিবেগ ও ত্বরণের অরীয় ও লম্বাঅরীয় উপাংশগুলি নির্ণয় করো।

- 13.(a) A particle is performing an S.H.M. of period  $T$  about a centre  $O$  and it passes through a point  $P$  with a velocity  $v$  in the direction  $OP$ . If the particle returns to  $P$  in time  $t$ , then show that the distance  $OP$  is given by  $OP = \frac{2\pi}{vT} \cot \frac{\pi t}{T}$ . 8

একটি কণা  $O$  বিন্দুকে কেন্দ্র করে  $T$  পর্যায়কালে সরল সমঞ্জসে গতিশীল। উহা ঐ রেখা  $P$  বিন্দুকে  $OP$  অভিমুখে  $v$  বেগে অতিক্রম করে। কণাটি যদি  $P$  বিন্দুতে ফিরে আসতে  $t$  সময় লাগে তবে দেখাও যে

$$OP = \frac{2\pi}{vT} \cot \frac{\pi t}{T}$$

- (b) Obtain the differential equation of the path for the motion of a particle describing a central orbit under an attractive force  $P$  per unit mass. 8

প্রতি একক ভরে  $P$  কেন্দ্রীয় বলের অধীনে একটি কণা গতিশীল। উহার গতিপথের অবকল সমীকরণটি গঠন করো।

- 14.(a) A particle of mass  $m$ , is falling under the influence of gravity through a medium whose resistance is equal to  $\mu$  times the velocity. If the particle was released from rest, show that the distance fallen through in time  $t$  is  $\frac{gm^2}{\mu^2} (e^{-\frac{\mu t}{m}} - 1 + \frac{\mu t}{m})$ . 8

$m$  ভরের একটি কণা অভিকর্ষ বলের দরুন  $\mu \times$  গতিবেগ বাধা বিশিষ্ট একটি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে পড়ছে। কণাটি যদি স্থির অবস্থা হইতে ছাড়া হয় তবে দেখাও যে  $t$  সময়ে কণাটি  $\frac{gm^2}{\mu^2} (e^{-\frac{\mu t}{m}} - 1 + \frac{\mu t}{m})$  দূরত্ব পড়বে।

- (b) A particle subjected to the central acceleration is  $\frac{\mu}{r^3} + f$  is projected from an apse at a distance  $a$  with velocity  $\frac{\sqrt{\mu}}{a}$ . Prove that at any subsequent of time  $t$ , 8

$$r = a - \frac{1}{2} ft^2.$$

একটি কণা  $\frac{\mu}{r^3} + f$  কেন্দ্রীয় বলের অধীনে গতিশীল; উহাকে apse হইতে  $a$  দূরত্ব থেকে  $\frac{\sqrt{\mu}}{a}$  বেগে ছোড়া হল। দেখাও যে, যে-কোনো  $t$  সময়ে  $r = a - \frac{1}{2} ft^2$ .

- 15.(a) An engine working at a constant rate  $H$  is draws a load  $M$  against a resistance  $R$ . Show that the maximum speed is  $\frac{H}{R}$  and the time taken to attain half this speed is 4+4

$$\frac{MH \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \right)}{R^2}.$$

একটি ইঞ্জিন ধ্রুবক  $H$  হারে কাজ করিতেছে এবং  $R$  বাধার বিরুদ্ধে  $M$  ভরের একটি বস্তুতে টানছে। দেখাও

যে উহার সর্বোচ্চ বেগ  $\frac{H}{R}$  এবং উহার অর্ধেক বেগ পৌঁছাইতে সময় লাগবে  $\frac{MH \left( \ln 2 - \frac{1}{2} \right)}{R^2}$ .

- (b) A particle is acted on by a force parallel to the axis of  $y$  whose acceleration is  $\lambda y$  and is initially projected with a velocity  $a\sqrt{\lambda}$  parallel to the axis of  $x$  at the point where  $y = a$ . Prove that the equation of the path is  $y = a \cosh \frac{x}{a}$ .

একটি কণা  $y$  অক্ষের সমান্তরাল বলের অধীনে গতিশীল যার ত্বরণ  $\lambda y$  এবং প্রাথমিক অবস্থায়  $x$  অক্ষের সমান্তরাল করে  $y = a$  বিন্দু হইতে  $a\sqrt{\lambda}$  বেগে ছোড়া হল। দেখাও যে উহার গতিপথের সমীকরণ  $y = a \cosh \frac{x}{a}$ .

### GROUP-D

বিভাগ-ঘ

(PROBABILITY AND STATISTICS)

[Marks-40]

Answer Question No. 16 and any two questions from the rest

১৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

16. Answer any *four* questions from the following: 2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

- (a) State Bayes' Theorem.

Bayes' উপপাদ্যটি বিবৃত করো।

- (b) A die is thrown 5 times in succession. Find the probability of obtaining six at least once.

একটি ছক্কা পরপর ৫ বার ছোড়া হল। কমপক্ষে ১টি ছয় পাবার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

- (c) Given  $P(A) = \frac{1}{2}$  and  $P(B) = \frac{7}{8}$ . Show that  $\frac{3}{8} \leq P(AB) \leq \frac{1}{2}$ .

$P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{7}{8}$  হইলে দেখাও যে  $\frac{3}{8} \leq P(AB) \leq \frac{1}{2}$ .

- (d) Define mathematical expectation of a random variable  $X$ .

গাণিতিক প্রত্যাশার সংজ্ঞা দাও।

- (e) Show that the S.D. of the first  $k$  natural numbers is  $\sqrt{\frac{k^2 - 1}{12}}$ .

দেখাও যে প্রথম  $k$ -সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার S.D.,  $\sqrt{\frac{k^2 - 1}{12}}$ .

- (f) If two random variables  $X$  and  $Y$  are connected by the relation  $Y = aX + b$  then prove that  $Var(Y) = a^2 Var(X)$ .

যদি  $X$  ও  $Y$  দুটি random চলরাশির মধ্যে সম্পর্ক  $Y = aX + b$  হয় তবে দেখাও যে  $Var(Y) = a^2 Var(X)$ .

- (g) A random variable  $X$  has the following discrete distribution.

একটি random চলরাশি  $X$ -এর নিম্নলিখিত পৃথক বন্টন দেওয়া হল।

$x_i$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f_i$	$2k^2$	$k$	$2k$	$3k$	$2k$	$k$	$7k^2$	$k^2$

Find  $k$  and  $P(X < 0)$ .



- 17.(a) Give the frequency definition of probability. If  $A_1, A_2, \dots, A_n$  be  $n$  pairwise mutually exclusive events then using the frequency definition of probability prove that 2+6

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

সম্ভাবনার পরিসংখ্যানগত সংজ্ঞা দাও। যদি  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ,  $n$  সংখ্যক পরস্পর বিচ্ছিন্ন ঘটনা হয় তবে উক্ত সংজ্ঞা ব্যবহার করে প্রমাণ করো  $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ .

- (b) Show that if  $\rho$  be the correlation coefficient of two variables  $x$  and  $y$  then prove that  $-1 \leq \rho \leq 1$ . 8

$x$  ও  $y$  চলরাশি দুটির মধ্যবর্তী অনুবন্ধ সহগ  $\rho$  হইলে দেখাও যে  $-1 \leq \rho \leq 1$ .

- 18.(a) The probability density function of a continuous random variable  $X$  is given by (সম্ভবত সম্ভাব্য চলরাশির ঘনত্ব অপেক্ষক) 2+2+4

$$f(x) = ce^{-b(x-a)}, \quad \text{if } a \leq x < \infty$$

$$= 0, \quad \text{elsewhere}$$

where  $c, a, b (> 0)$  are constants.

Show that (দেখাও যে) (i)  $c = b$

(ii) mean of  $X = a + \frac{1}{b}$

(iii) S.D. of  $X = \frac{1}{b}, b > 0$ .

- (b) The data below show the lengths ( $l$ ) in cm attained by a coiled spring corresponding to the various weights ( $w$ ) in gm. Fit a straight line from the table in the form  $y = ax + b$ . 8

নিম্নলিখিত তালিকা হইতে  $y = ax + b$  আকারে সরলরেখা প্রকাশ করো।

$x$ (gm)	100	200	300	400	500	600
$y$ (cm)	90.2	92.3	94.2	96.3	98.2	100.3

- 19.(a) Determine the trend using 4 years moving average method from the following data. 8

নীচের তথ্য শ্রেণীর ক্ষেত্রে 4 বর্ষীয় গতিশীল গড় নির্ণয় করো।

Year	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Sales (Rs.'000)	5.9	6.2	5.8	6.1	6.7	5.5	6.3	5.1

- (b) Find the Fisher's and Laspeyre's price index number from the following data: 4+4

Fisher ও Laspeyre পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নের তথ্য হইতে দাম সূচক নির্ণয় করো।

Items	Base year		Current year	
	Price	Quantity	Price	Quantity
P	45	52	51	50
Q	50	35	58	49
R	55	37	57	38
S	35	58	39	53
T	40	63	48	60

- 20.(a) A random sample of 100 ball bearings selected from a shipment of 2000 ball bearings has an average diameter of 0.354 inch with S.D. 0.048 inch. Find 95% confidence interval for the average diameter of these 2000 ball bearings (Assuming normal distribution; given  $P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$  where  $Z$  is a standard normal variate.) 8
- 2000-টি বল ভারবহন থেকে উদ্দেশ্যহীনভাবে 100টির নমুনা নেওয়া হল যাদের গড় ব্যাস 0.354 এবং সম্যক পার্থক্য 0.048। উহাদের গড় ব্যাসের 95% আস্থা অন্তর নির্ণয় করো।
- (b) What is a random sample? Describe two methods of drawing such a sample from a finite population. 2+3+3
- যদৃচ্ছা নমুনা কি? সসীম population থেকে নমুনা সংগ্রহ করার দুইটি পদ্ধতি বর্ণনা করো।

**GROUP-E**

বিভাগ-ঙ

**[Marks-40]****Answer Question No. 21 and any two questions from the rest**

২১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

21. Answer any **four** questions from the following: 2×4 = 8
- নিম্নলিখিত যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
- (a) Determine the difference equation of the least possible order from  $y_n = A \cdot 5^n + B \cdot (-2)^n$ .
- $y_n = A \cdot 5^n + B \cdot (-2)^n$  থেকে সম্ভাব্য নিম্নতম ক্রমের পার্থক্য সমীকরণটি নির্ণয় করো।
- (b) Determine  $\Delta^{-1} x^3$ .
- $\Delta^{-1} x^3$  -এর মান নির্ণয় করো।
- (c) If  $y = cx + c^2$ , show that  $y = x \Delta y + (\Delta y)^2$ .
- যদি  $y = cx + c^2$  হয় তবে দেখাও যে,  $y = x \Delta y + (\Delta y)^2$ .
- (d) Show that / দেখাও যে,  $\left(\frac{\Delta}{E}\right) \sin 2x = 2 \cos(2x - h) \sin h$ .
- (e) Show that the following variational problem does not have a solution.
- দেখাও যে নিম্নলিখিত Variational problem -টির কোন সমাধান নেই।

$$V[y(x)] = \int_1^3 (x^2 - y)y^2 dx ; y(2) = \sqrt{3}, y(1) = 5.$$

- (f) Show that the functional  $V[y(x)] = \int_a^b [y'(x) + y(x)] dx$  is linear.

দেখাও যে,  $V[y(x)] = \int_a^b [y'(x) + y(x)] dx$  functional- টি রৈখিক।

- (g) State the difference between functions and functionals. Also define a linear functional.

অপেক্ষক ও functional-এর পার্থক্য লেখো। রৈখিক functional-এর সংজ্ঞা দাও।

22.(a) Solve / সমাধান করো:  $(E^2 - 8E + 25)u_x = 2x^2 + x + 1$ . 5

- (b) Find the extremal of the following functional: 6

নিম্নলিখিত functional -টির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 - y^2 - y) e^{2x} dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = e^{-1}$$

(c) Show that / দেখাও যে:  $\Delta^{-1} \sin ax = \frac{-\cos\left(ax - \frac{a}{2}\right)}{2 \sin \frac{a}{2}}$ . 5

- 23.(a) Find the curve connecting two given points  $A$  and  $B$  which is traversed by a particle sliding from  $A$  to  $B$  in the shortest time, friction and the resistance of the medium are ignored. 8

$A$  ও  $B$  প্রদত্ত বিন্দু দুটি যোগ করে এমন একটি বক্র রেখা নির্ণয় কর যেটি দিয়ে একটি বস্তুকণা সবচেয়ে কম সময়ে  $A$  থেকে  $B$  -তে গড়িয়ে যাবে। মাধ্যমের প্রতিরোধ ও ঘর্ষণ উপেক্ষণীয়।

- (b) Find the extremal of the isoperimetric problem: 8

নীচের isoperimetric সমস্যাটির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx$$

Given (দেওয়া আছে),  $\int_0^1 y^2 dx = 2$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ .

- 24.(a) The first term of a sequence is 'a', the second term is 'b' and every other term is the arithmetic mean of two preceding terms. Show that the  $n$  th term is 5

$$u_n = \frac{1}{3}(2a + b) - \frac{1}{3}(a - b) \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

একটি অনুক্রমের প্রথম পদ  $a$ , দ্বিতীয় পদ  $b$  এবং অন্য প্রতিটি পদ পূর্ববর্তী দুটি পদের সমান্তরীয় মধ্যক। দেখাও যে  $n$ -তম পদটি হবে

$$u_n = \frac{1}{3}(2a + b) - \frac{1}{3}(a - b) \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

- (b) Find the extremal of the functional: 6

নীচের functional -টির extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_0^\pi (4y \cos x + y'^2 - y^2) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

(c) Find  $u_x$  if  $u_1 = 8$ ,  $u_2 = 200$  and  $u_x = 63u_{x-2} - 2u_{x-1}$ . 5

$u_1 = 8$ ,  $u_2 = 200$  এবং  $u_x = 63u_{x-2} - 2u_{x-1}$  হলে  $u_x$  বার করো।

25.(a) Solve / সমাধান করোঃ 5

$$u_{x+2} - 11u_{x+1} - 30u_x = x \cdot 3^x$$

(b) Find the extremal of  $V[y(x)] = \int_0^1 (e^{x+y} - y - \sin x) dx$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -1$ . 5

$V[y(x)] = \int_0^1 (e^{x+y} - y - \sin x) dx$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = -1$ -এর extremal -নির্ণয় করো।

(c) Show that the solution of the equation  $u_{x+4} + u_x = 0$  is: 6

$$u_x = A \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \varepsilon\right) + B \cos\left(\frac{3\pi}{4}x + \varepsilon\right)$$

দেখাও যে,  $u_{x+4} + u_x = 0$  সমীকরণটির সমাধান হলোঃ

$$u_x = A \cos\left(\frac{\pi}{4}x + \varepsilon\right) + B \cos\left(\frac{3\pi}{4}x + \varepsilon\right)$$

**N.B. :** Students have to complete submission of their Answer Scripts through E-mail / Whatsapp to their own respective colleges on the same day / date of examination within 1 hour after end of exam. University / College authorities will not be held responsible for wrong submission (at in proper address). Students are strongly advised not to submit multiple copies of the same answer script.

—x—