



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY

B.Sc. General Part-III Examination, 2022

MATHEMATICS

PAPER: MTMG-IV

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

*The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.*

*প্রাঙ্গিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।*

All symbols are of usual significance.

Answer any two groups from Group-A, Group-B and Group-C

বিভাগ-ক, খ, এবং গ-এর মধ্য থেকে যে-কোনো দুটি বিভাগের উত্তর দাও

GROUP-A

(Full Marks: 50)

বিভাগ-ক

(পূর্ণমান-৫০)

Answer any five questions from the following

10×5 = 50

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) Prove that in a Boolean algebra, the complement a' of an element a is unique. 2+3
Prove also that for any three elements a , b and x in a Boolean algebra if $a + x = b + x$ and $a + x' = b + x'$, then $a = b$.

প্রমাণ করো যে কোন বুলীয় বীজগণিতের কোন পদ a -এর পূরক পদ a' অদ্বিতীয়। আরও প্রমাণ করো যে, কোন বুলীয় বীজগণিতের যে কোন তিনটি পদ a , b এবং x -এর জন্য যদি $a + x = b + x$ এবং $a + x' = b + x'$, হয়, তবে $a = b$ হবে।

- (b) (i) Express the Boolean expression $(x' + yz)$ in conjunctive normal form (CNF). 3+2

$(x' + yz)$ বুলীয় রাশিটিকে (CNF)-এ প্রকাশ করো।

- (ii) Find the complement of the Boolean expression $(x + y)(x + y')(x' + y')$ in CNF.

$(x + y)(x + y')(x' + y')$ রাশিটির পূরক রাশিটি CNF-এ নির্ণয় করো।

2. (a) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map: 5

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$$

Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটিকে সরল করোঃ

$$f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$$

- (b) Construct a switching table for the Boolean function 5
 $Y(Z + W) + Z(U + V) + X'(Y + Z)$.
 $Y(Z + W) + Z(U + V) + X'(Y + Z)$ বুলীয় অপেক্ষকটির দ্বারা প্রকাশিত অপেক্ষকটির সুইচিং সারণী গঠন করো।
3. (a) Draw a circuit using only NOR gate that represents the Boolean function: 5
 $f(x, y, z) = x + yz$.
 কেবলমাত্র NOR-দ্বার ব্যবহার করে $f(x, y, z) = x + yz$ বুলীয় অপেক্ষকটির সুইচিং বর্তনী অঙ্কন করো।
- (b) Convert the binary number (1101001.1110011) to the octal and the hexadecimal systems. Obtain the binary equivalent of the numbers $(7.375)_{10}$ and $(.859375)_{10}$ and find their sum in binary number. 1+1+1+1+1
 1101001.1110011 -এই দ্বৈতাস্থী সংখ্যাটিকে octal এবং hexadecimal সংখ্যায় পরিবর্তন করো। $(7.375)_{10}$ এবং $(.859375)_{10}$ সংখ্যাগুলির দ্বৈতাস্থী সমতুল বের কর এবং তাদের যোগফল দ্বৈতাস্থী রাশি পদ্ধতিতে বের করো।
4. (a) Obtain the binary equivalent of the numbers $(1674.125)_{10}$ and $(56.75)_{10}$. Find their sum and difference in binary number system. Find the octal equivalent of the sum. 2+2+1
 $(1674.125)_{10}$ এবং $(56.75)_{10}$ সংখ্যাগুলির দ্বৈতাস্থী সমতুল বের করো। তাদের যোগফল ও বিয়োগফল দ্বৈতাস্থী রাশিপদ্ধতিতে বের করো। যোগফলটির অষ্টাস্থী সমতুল লেখো।
- (b) What are constants and variables in FORTRAN language? What are functions of control statements in FORTRAN? 5
 FORTRAN প্রোগ্রামিং-এ ধ্রুবক ও চলক বলতে কি বোঝো? FORTRAN-এ নিয়ন্ত্রক নির্দেশাবলীর কার্যকারিতা আলোচনা করো।
5. (a) Write the following expressions in FORTRAN 77/90: 2
 FORTRAN 77/90 -এ নিম্নলিখিত রাশিমালার রূপ লেখোঃ
 (i) $e^{x^2 \sin x} + \sec^{-1} x$. (ii) $|a^2 - b^2| + \sqrt{b^2 - ac}$.
- (b) What will be printed after the execution of the following program segment? 3
 নিম্নলিখিত প্রোগ্রামের অংশটি কি প্রিন্ট করে?
 SUM = 5.0
 DO 50 J = 1, 10, 2
 SUM = SUM + 5.0
 50 CONTINUE
 WRITE (*, 100) SUM
 100 FORMAT(1X, F4.1)
- (c) Write short notes on any *two* of the following: 5
 নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটির উপর টীকা লেখোঃ
 (i) FORTRAN, (ii) High level language, (iii) Compiler.

6. (a) Write a FORTRAN 77/90 program to find the transpose of the sum of two $m \times n$ real matrices. 5
 দুইটি $m \times n$ বাস্তব ম্যাট্রিক্সের যোগফলের transpose নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো।
- (b) Write a FORTRAN 77/90 program for sorting 10 given numbers in descending order. 5
 ১০টি প্রদত্ত সংখ্যাকে নিম্নক্রমানুসারে সাজানোর জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো।
7. (a) Write a FORTRAN 77/90 program to generate the Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, the last term being not greater than 1000. 5
 একটি Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, যার শেষ পদটি 1000-এর অধিক নয় তৈরী করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো।
- (b) Write FORTRAN 77/90 subprogram for defining $f(x)$ by using IF - THEN - ELSE - ENDIF statements: 5
 IF - THEN - ELSE - ENDIF ব্যবহার করে নিম্নের অপেক্ষকটির জন্য FORTRAN 77/90 subprogram-টি লেখোঃ
- $$\begin{aligned} f(x) &= \log x + e^x, & \text{for } x > 1 \\ &= 3 + \sin x, & \text{for } -1 < x \leq 1 \\ &= 0, & \text{elsewhere} \end{aligned}$$
8. (a) Draw a Flowchart to find the sum of the following series: 4
 নিম্নলিখিত শ্রেণীটির যোগফলটি বের করার জন্য Flowchart টি অঙ্কন করোঃ
- $$1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{51^2}.$$
- (b) Write a FORTRAN 77/90 program to write a given positive number in reverse order. Find also the sum of the digits of the number. 6
 প্রদত্ত একটি ধনাত্মক সংখ্যাকে তার বিপরীতক্রমে লেখার জন্য এবং সংখ্যাটির অঙ্কগুলির যোগফল বের করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো।
9. (a) What is an algorithm? Design an algorithm to find the greatest common divisor of two positive integers m and n . 5
 এ্যালগোরিদম কাকে বলে? দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m এবং n -এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের জন্য একটি এ্যালগোরিদম লেখো।
- (b) Write a BASIC program to find ${}^n C_r$ for given n and r . 5
 প্রদত্ত n এবং r -এর জন্য ${}^n C_r$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লেখো।

GROUP-B
(Full Marks: 50)

বিভাগ-খ
(পূর্ণমান-৫০)

Answer Question No. 10 and any four from the rest

10+(10×4)

১০ নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্টাংশের থেকে যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

10. Answer any *five* questions from the following:

2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Find the limit function of the sequence of function $\{f_n\}$, where

$$f_n(x) = \frac{nx^2}{1+nx^2}, \quad x \in R.$$

$\{f_n\}$ অণুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করো যেখানে $f_n(x) = \frac{nx^2}{1+nx^2}, \quad x \in R.$

(b) Show that the series $\sum \frac{1}{n^3 + n^4 x^2}$ converges uniformly on $(-\infty, \infty)$.

দেখাও যে $\sum \frac{1}{n^3 + n^4 x^2}$ শ্রেণীটি $(-\infty, \infty)$ -এর মধ্যে সমভাবে অভিসারী।

(c) Find the radius of convergence of the power series $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^n x^n}{n!}$.

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^n x^n}{n!}$ এই ঘাত শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

(d) Find the general solution of $(D^3 + 4D^2 + 5D + 2)y = 0$.

$(D^3 + 4D^2 + 5D + 2)y = 0$ এই সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করো।

(e) Find the particular integral y_p by the method of undetermined coefficients

$$(D^2 + 4)y = \sin 2x.$$

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে $(D^2 + 4)y = \sin 2x$ এই সমীকরণটির বিশেষ সমাকল y_p নির্ণয় করো।

(f) Find the Laplace transform of the function $f(t) = t^2 + \cos^2 3t, \quad t > 0$.

$f(t) = t^2 + \cos^2 3t, \quad t > 0$ এই অপেক্ষকটির ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় করো।

(g) Find the inverse Laplace transform (L^{-1}) for $f(p) = \frac{p^2 + 1}{p^3}, \quad p > 0$.

বিপরীত Laplace transform (L^{-1}) নির্ণয় করো যেখানে $f(p) = \frac{p^2 + 1}{p^3}, \quad p > 0$.

(h) If $f(-x) = -f(x)$ for all $x \in [-\pi, \pi]$,

Show that the Fourier coefficients $a_n = 0$, for all $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

যদি $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে x -এর সকল মানের জন্য $f(-x) = -f(x)$ হয়, তবে দেখাও যে ফুরিয়ার সহগ $a_n = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

11.(a) Show that the sequence of functions $\{f_n\}_n$ defined by 5

$$f_n(x) = \frac{n^2 x}{1+n^3 x^2}, x \in (0, 1) \text{ and } n \in N \text{ is not uniformly convergent on } (0, 1).$$

দেখাও যে, $\{f_n\}_n$ অণুক্রমটি $(0, 1)$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয় যেখানে

$$f_n(x) = \frac{n^2 x}{1+n^3 x^2}, x \in (0, 1).$$

(b) Show that the series 5

$$x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^3} + \dots \text{ is not uniformly convergent on } [0, 1].$$

দেখাও যে $x^2 + \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^2} + \frac{x^2}{(1+x^2)^3} + \dots$ এই শ্রেণীটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

12.(a) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ is convergent uniformly to a function $f(x)$ for all 5

$$x \in R \text{ and then show that } f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}.$$

দেখাও যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ শ্রেণীটি $(-\infty, \infty)$ অন্তরালে সমভাবে $f(x)$ অপেক্ষক-এ অভিসারী। এখান

$$\text{থেকে দেখাও যে, } f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} \text{।}$$

(b) Assuming the expansion $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1,$ 5

$$\text{prove that } \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x} dx = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1,$ এই বিস্তৃতিটিকে সত্য ধরে নিয়ে প্রমাণ

$$\text{করো যে, } \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x} dx = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

13.(a) Find the Fourier series expansion of the function f on $[-\pi, \pi]$, where 4+1

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{Hence show that } \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots.$$

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়ার শ্রেণীতে বিস্তৃত করোঃ

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

$$\text{এর থেকে দেখাও যে } \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots.$$

- (b) Find the Fourier sine expansion for the periodic function $f(x) = x \cos x$ in the interval $[-\pi, \pi]$. 5

$f(x) = x \cos x$ এই পর্যাবৃত্ত অপেক্ষকটিকে $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে ফুরিয়র শ্রেণীতে বিস্তৃত করো।

- 14.(a) Solve by the method of variation of parameters $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$. 5

ভেদ প্রচলন পদ্ধতিতে সমাধান করো: $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \operatorname{cosec} x$.

- (b) Solve : 5
সমাধান করো:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x.$$

- 15.(a) Solve the differential equation by the method of variation of parameters, 5

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$$

নিম্নলিখিত অবকল সমীকরণটি প্রচলন-ভেদ পদ্ধতিতে সমাধান করো:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 3 \frac{dy}{dx} + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$$

- (b) Find eigen values and eigen functions for the differential equation 4+1

$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0$ ($\lambda > 0$) which satisfies the boundary conditions $y(0) = 0$ and $y(\frac{\pi}{2}) = 0$.

$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0$ ($\lambda > 0$), এই অবকল সমীকরণটির আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো যেখানে সীমাশর্ত হলো:

$$y(0) = 0 \text{ and } y(\frac{\pi}{2}) = 0.$$

- 16.(a) Solve : 5
সমাধান করো:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} &= -x + y \end{aligned} \right\}$$

- (b) Solve the partial differential equation by Lagrange's method: 5

$$z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2; \text{ where } p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange-এর পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো:

$$z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2 \text{ যেখানে } p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}.$$

17.(a) (i) If $L(f(t)) = F(s)$, then prove that $L(f(at)) = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$. 3+2

যদি $L(f(t)) = F(s)$ হয় তবে প্রমাণ করো $L(f(at)) = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$.

(ii) Find $L^{-1}\left(\frac{2s+5}{s^2+25}\right)$

$L^{-1}\left(\frac{2s+5}{s^2+25}\right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

(b) Solve the equation using Laplace transform: 5

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = 3te^{-t}, \text{ given that } y(0) = 4, \quad y'(0) = 2.$$

ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নে প্রদত্ত সমীকরণটির সমাধান করো:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = 3te^{-t}, \text{ যেখানে } y(0) = 4, \quad y'(0) = 2.$$

GROUP-C

(Full Marks: 50)

বিভাগ-গ

(পূর্ণমান-৫০)

Answer Question No. 18 and any four from the rest

প্রশ্ন নং ১৮ এবং অবশিষ্টাংশের থেকে যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও

18. Answer any *five* questions from the following: 2×5 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) If a, b, c are positive integers such that $\gcd(a, b) = 1 = \gcd(a, c)$, then prove that $\gcd(a, bc) = 1$.

যদি a, b, c এমন তিনটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যে গ.সা.গু. $(a, b) = 1 =$ গ.সা.গু. (a, c) তাহলে দেখাও যে গ.সা.গু. $(a, bc) = 1$.

(b) How many solutions of $21x + 35y = 45$ does exist?

$21x + 35y = 45$ সমীকরণটির কতগুলি সমাধান আছে?

(c) Find all integers $k \geq 3$ such that $5 \equiv k \pmod{k^2}$.

সমস্ত পূর্ণসংখ্যা $k \geq 3$ নির্ণয় করো যাতে করে $5 \equiv k \pmod{k^2}$ হয়।

(d) Find the remainder when 9^4 is divided by 5.

9^4 -কে 5 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নির্ণয় করো।

(e) Without performing the long division, determine whether 51956124 is divisible by 9 or 11 or 3.

বড় ভাগের পদ্ধতি ব্যবহার না করে, 51956124-কে 9 বা 11 বা 3 দ্বারা ভাগ করা যায় কিনা, নির্ণয় করো।

(f) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$, prove that $a + b' = 1$ if and only if $a + b = a$.

একটি বুলীয় বীজগণিত $(B, +, \cdot, ')$ -এ প্রমাণ করো যে, $a + b' = 1$ যদি এবং কেবলমাত্র যদি $a + b = a$.

(g) Find the value of the Boolean expression.

$$(x_1 \cdot x_2') \cdot x_1 + (x_2' + x_3) \cdot (x_2' + x_3)' \text{ for } x_1 = 0, x_2 = 1 = x_3.$$

$x_1 = 0, x_2 = 1 = x_3$ -এর জন্য বুলীয় রাশিমালা $(x_1 \cdot x_2') \cdot x_1 + (x_2' + x_3) \cdot (x_2' + x_3)'$ -এর মান নির্ণয় করো।

(h) Find a closed form for the generating function for the sequence $\{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, \dots\}$.

$\{0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, \dots\}$ অনুক্রমটির কারক অপেক্ষকের বদ্ধ আকার নির্ণয় করো।

19. Answer any *two* questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Prove using mathematical induction that for all $n \geq 1$,

5

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}.$$

সমস্ত $n \geq 1$ -এর জন্য, গাণিতিক আরোহ প্রয়োগ করে প্রমাণ করো যে,

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}.$$

(b) Find all positive integral solutions of $19x + 37y = 500$.

5

সমস্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাগুলি নির্ণয় করো, যেগুলি $19x + 37y = 500$ সমীকরণটির সমাধান।

(c) Find the gcd of 615 and 1080, and find integers s and t such that $\gcd(615, 1080) = 615s + 1080t$.

5

615 ও 1080-এর গ.সা.গু. নির্ণয় করো এবং পূর্ণসংখ্যা s ও t নির্ণয় করো যাতে

$$\gcd(615, 1080) = 615s + 1080t \text{ হয়।}$$

20. Answer any *two* questions from the following:

5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Find the remainder when $7^{348} + 25^{605}$ is divided by 8.

5

$7^{348} + 25^{605}$ -কে 8 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নির্ণয় করো।

(b) Solve the congruence $72x \equiv 18 \pmod{42}$.

5

$72x \equiv 18 \pmod{42}$ congruence-টির সমাধান করো।

(c) Find the smallest integer greater than 23 that leaves the remainders 2, 3, 2 when divided by 3, 5, 7 respectively.

5

23 অপেক্ষা বড় ক্ষুদ্রতম পূর্ণসংখ্যাটি নির্ণয় করো যাকে পর্যায়ক্রমে 3, 5, 7 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় 2, 3, 2.

21. Answer any **two** questions from the following: 5×2 = 10
 নিম্নলিখিত যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
- (a) Find the correct check digit for the ISBN 81-203-1147- x_{10} of a book. 5
 একটি বই-এর 81-203-1147- x_{10} ISBN-টির জন্য শুদ্ধ যাচাই সংখ্যাটি নির্ণয় করো।
- (b) The identification number of some particular company in India is 890102. The identification number of some product of that company is 300090. Write down the UPC for this product. 5
 ভারতের একটি কোম্পানীর সনাক্তকরণ সংখ্যা হল 890102। ঐ কোম্পানীর একটি দ্রব্যের সনাক্তকরণ সংখ্যা হল 300090। ঐ দ্রব্যের UPC-টি লেখো।
- (c) Set up a Round-Robin tournament for 7 teams. 5
 সাতটি দল অংশগ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করো।
22. Answer any **two** questions from the following: 5×2 = 10
 নিম্নলিখিত যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
- (a) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem: 5
 চৈনিক ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নিম্নলিখিত সর্বসমতা (Congruence)-গুলির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করোঃ
- $$x \equiv 1 \pmod{4}$$
- $$x \equiv 3 \pmod{7}$$
- $$x \equiv 5 \pmod{11}$$
- (b) Find the remainder when $6 \cdot 7^{32} + 7 \cdot 9^{45}$ is divided by 4. 5
 $6 \cdot 7^{32} + 7 \cdot 9^{45}$ -কে 4 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা নির্ণয় করো।
- (c) Prove that $\phi(7n) = 7\phi(n)$ if and only if 7 divides n , where ϕ is the Euler's phi function. 5
 প্রমাণ করো যে $\phi(7n) = 7\phi(n)$ হবে যদি এবং কেবলমাত্র যদি n সংখ্যাটি 7 দ্বারা বিভাজ্য হয়, যেখানে ϕ হল অয়েলারের ফাই অপেক্ষক।
23. Answer any **two** questions from the following: 5×2 = 10
 নিম্নলিখিত যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দাওঃ
- (a) Let the n -th term a_n of the sequence $\{a_n\}_n$ satisfy $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$ for $n \geq 3$ with initial conditions $a_1 = 2$, $a_2 = 8$. 5
 Prove that $a_n = 4^n - 3^n + 1$ for all $n \geq 1$.
 ধরা যাক, $\{a_n\}_n$ ক্রমের n -তম পদ a_n , $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$ -কে সিদ্ধ করে $n \geq 3$ -এর জন্য, প্রারম্ভিক শর্তাবলী $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ সহ। প্রমাণ করো যে, $a_n = 4^n - 3^n + 1$, সমস্ত $n \geq 1$ -এর জন্য।
- (b) Solve the following difference equation for the given initial conditions: 5
 $a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = -8$.
 $a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2}$, $n \geq 2$ অন্তর সমীকরণটির সমাধান করো প্রারম্ভিক শর্তাবলী $a_0 = 2$, $a_1 = -8$ -এর জন্য।

- (c) In how many ways we can distribute 10 identical marbles among 4 children if each child must get at least 2 marbles and not more than 3 marbles? 5

১০টি অভিন্ন মার্বেলকে ৪টি শিশুর মধ্যে কতভাবে ভাগ করা যায় যাতে করে প্রতিটি শিশু অন্তত ২টি মার্বেল পায় ও কোনো শিশুই ৩টির বেশী না পায় ?

24. Answer any *two* questions from the following: 5×2 = 10

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

- (a) Express the following Boolean expression in DNF and also in CNF in the variables x_1, x_2 and x_3 . 5

$$(x_1 \cdot x_2' + x_1 \cdot x_3)' + x_1'$$

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালাটিকে DNF ও CNF-এ প্রকাশ করো।

$$(x_1 \cdot x_2' + x_1 \cdot x_3)' + x_1'$$

- (b) Prove that the following properties are equivalent in a Boolean algebra B , for all $a, c \in B$: 5

একটি বুলীয় বীজগণিত B -তে $a, c \in B$ -এর নিম্নলিখিত ধর্মাবলী যে সমতুল্য, তা প্রমাণ করো।

(i) $a \cdot c = a$ (ii) $a \cdot c' = 0$ (iii) $a' + c = 1$

- (c) Find the circuits for the Boolean expressions $xz' + z + xz + y$ and $x + y + z$. 3+2

Show that the circuits are equivalent.

বুলীয় রাশিমালা $xz' + z + xz + y$ এবং $x + y + z$ -এর জন্য বর্তনীগুলি নির্ণয় করো। প্রমাণ করো যে, বর্তনীগুলি সমতুল্য।

N.B. : Students have to complete submission of their Answer Scripts through E-mail / Whatsapp to their own respective colleges on the same day / date of examination within 1 hour after end of exam. University / College authorities will not be held responsible for wrong submission (at in proper address). Students are strongly advised not to submit multiple copies of the same answer script.

—x—